

**项目名称：**分布参数系统的结构理论

**推荐单位：**东北师范大学

**项目简介：**

本项目属于数学控制论学科研究领域。控制论是由 N. Wiener 在上世纪四十年代创立的，它的许多标志性成果在数学上都具有重要的意义，甚至导致了某些数学分支的产生。譬如，最优控制与偏微分方程的粘性解理论，随机控制与倒向随机微分方程理论等。许多著名的数学家，如 J.-M. Bismut, A. Friedman, J.-L. Lions, P.-L. Lions 和 L. S. Pontryagin 等都曾在这一领域作出过重要工作。

分布参数系统的结构理论是数学控制论的基本研究问题。2010 年国际数学家大会的邀请报告“Proceedings of the ICMS, 2010, 3008-3034”指出，非线性系统的结构理论是“quite difficult”，而随机偏微分方程的结构理论“very little is known”。本项目主要研究了该领域一些重要但悬而未决的问题。主要科学发现如下：

1. 非线性抛物系统的能控性。提出了一套在古典解框架下研究拟线性抛物系统能控性的新方法。建立了高维拟线性抛物型方程的能控性，并证明了不灵敏控制的存在性。该成果发表在控制论顶级期刊《SIAM J. Control Optim.》和《J. Differential Equations》。《Mathematical Reviews》(MR2974729) 公开评价这一工作：“the study of their controllability is very difficult”。项目第一完成人在这方面的的工作获得了第 16 届“关肇直奖”。同时，研究了一类典型的退化拟线性抛物型方程-牛顿渗流方程在控制和状态都具有约束的能控性。国际数学家大会的一个综述报告(代表性引文 1) 指出带约束的能控性问题“more realizable”，但这一问题的研究却是“unexpectedly difficult”。该成果发表在期刊《SIAM J. Control Optim.》，被《Memoirs of the AMS》中的专著(代表性引文 2) 引用。

2. 随机抛物系统的能控性。发现了耦合随机抛物系统能控性的新现象。与确定性情形不同，能控性关于耦合系数的小扰动不抗干扰；研究确定性问题常用的加权估计方法也不再适用于随机耦合系统。还提出了建立随机 Carleman 估计的一个新方法，可由确定性系统已有的估计直接推得随机系统的结果。该成果发

表在《SIAM J. Control Optim.》和《ESAIM Control Optim. Calc. Var.》。《Mathematical Reviews》(MR3176317) 公开评价这一工作：“it is **quite interesting and suprising** that the author presents a counterexample... this is a **new phenomenon**”。

3. 作为研究非线性控制问题的基础，建立了强耦合二阶线性椭圆型方程组的弱极值原理。对耦合系数的大小、方程的个数和空间维数均无限制。前人在这一经典问题中，仅讨论了二阶导数未耦合或弱耦合情形。该成果发表在《J. Funct. Anal.》。普林斯顿大学 Jay Benziger 教授在国际知名物理期刊《Phys. Rev. E》的文章（代表性引文 4）中给出了这一工作的应用，并评价：“The maximum principles for strongly coupled systems are **difficult**...[15] but which would **find an application here**”。

4. 解决了不同类型偏微分方程的系统辨识问题。建立了 Schrödinger 方程、抛物型方程和 Kirchhoff 板方程特殊类型的加权估计。该成果发表在《ESAIM Control Optim. Calc. Var.》等期刊。被国际反问题领域的领军人物之一 M. V. Klibanov 教授的综述文章引用（代表性引文 7），还被知名期刊《J. Differential Equations》、《J. Funct. Anal.》、《Inverse Problems》上的多篇文章引用（代表性引文 8, 9, 10）。

本项目的十篇代表论文发表在《J. Differential Equations》、《J. Funct. Anal.》、《SIAM J. Control Optim.》等国际知名期刊上。项目第一完成人担任期刊《Math. Control Relat. Fields》的编委。入选中组部“万人计划”青年拔尖人才计划和教育部“新世纪优秀人才支持计划”。

### 代表性论文专著目录：

序号	论文、专著 名称/刊名/作者	影响 因子	年卷页 码 年(卷): 页码	发表 年月	通讯作 者/第一 作者	SCI 他引 次数	他引 总次 数	是否 国内 完成
1	Controllability of some coupled stochastic parabolic systems with	1.491	2014 年 52 卷 836-860	2014- 12	柳絮/柳 絮	1	1	是

	fractional order spatial differential operators by one control in the drift/SIAM Journal on Control and Optimization/Liu Xu		页					
2	Insensitizing controls for a class of quasilinear parabolic equations/Journal of Differential Equations/Liu Xu	1.821	2012 年 253 卷 1287-13 16 页	2012- 09	柳絮/柳絮	1	1	是
3	Global Carleman estimate for stochastic parabolic equations, and its application/ESAIM: Control Optimisation and Calculus of Variations/Liu Xu	1.112	2014 年 20 卷 823-839 页	2014- 07	柳絮/柳絮	2	2	是
4	Controllability of a class of Newtonian filtration equations with control and state constraints/SIAM Journal on Control and Optimization/Liu Xu and Gao Hang	1.491	2007 年 46 卷 2256-22 79 页	2007- 12	柳絮/柳絮	4	4	是
5	Local controllability of multidimensional quasi-linear parabolic equations/SIAM Journal on Control and Optimization/Liu Xu and Zhang Xu	1.491	2012 年 50 卷 2046-20 64 页	2012- 12	柳絮/柳絮	0	0	是
6	The weak maximum principle for a class of	1.273	2012 年 263 卷	2012- 10	柳絮/柳絮	1	1	是

	strongly coupled elliptic differential systems/Journal of Functional Analysis/Liu Xu and Zhang Xu		1862-1886 页					
7	On the local controllability of a class of multidimensional quasilinear parabolic equations/ Comptes Rendus Mathematique/Liu Xu and Zhang Xu	0.446	2009 年 347 卷 1379-1384 页	2009-12	柳絮/柳絮	6	6	是
8	Lipschitz stability in the determination of the principal part of a parabolic equation/ ESAIM: Control Optimisation and Calculus of Variations/Yuan Ganghua and Yamamoto Masahiro	1.112	2009 年 15 卷 525-554 页	2009-09	袁岗华/袁岗华	8	8	否
9	Carleman estimates for the Schrödinger equation and applications to an inverse problem and an observability inequality/Chinese Annals of Mathematics, Series B/ Yuan Ganghua and Yamamoto Masahiro	0.452	2010 年 31 卷 4 期 555-578 页	2010-07	袁岗华/袁岗华	7	7	否
10	Lipschitz stability in inverse problems for a Kirchhoff plate equation/Asymptotic Analysis/Yuan Ganghua and Yamamoto Masahiro	0.414	2007 年 53 卷 4 期 29-60 页	2007-12	袁岗华/袁岗华	4	4	否

### 主要完成人情况表：

姓名：柳絮

排名：1

技术职称：教授

工作单位：东北师范大学

完成单位：东北师范大学

对本项目技术创造性贡献：在发现点 1 中，提出了在古典解框架下研究拟线性抛物型方程能控性的方法。证明了拟线性抛物型方程不灵敏控制的存在性。证明了线性抛物型方程在非负控制约束下的能控性。建立了退化牛顿渗流方程在控制和状态都具约束时的近似能控性。在发现点 2 中，建立了耦合随机抛物系统在单个控制下的能控性，给出了能控性关于系数扰动不抗干扰的反例。建立了随机抛物系统的 Carleman 估计。在发现点 3 中，构造适当的权函数，证明了强耦合二阶线性椭圆型方程组的弱极值原理。是代表性论著 [1]，[2]，[3]，[4]，[5]，[6]，[7] 的第一作者和通讯作者。

曾获科技奖励情况：无。

姓名：袁岗华

排名：2

技术职称：副教授

工作单位：东北师范大学

完成单位：东北师范大学

对本项目技术创造性贡献：在发现点 4 中，建立了 Schrödinger 方程、抛物型方程和 Kirchhoff 板方程几类重要的 Carleman 估计。研究了这几类分布参数系统的辨识问题。是代表性论著 [8]，[9]，[10] 的第一作者和通讯作者。

曾获科技奖励情况：无。

姓名：高芬

排名：3

技术职称：教授

工作单位：东北师范大学

完成单位：东北师范大学

对本项目技术创造性贡献：在发现点 1 中，研究了退化牛顿渗流方程的近似能控性，证明了其在施加在局部区域的控制作用下的不能控性结果。是代表性论著[4]的作者。

曾获科技奖励情况：无。